Machine Asynchrone - 4

v4

Donnée

Un moteur à cage a les caractéristiques suivantes

Caractéristiques du moteur :

- 4 pôles
- $U_{nligne} = 3\ kV$
- $F_n = 50\ Hz$
- $P_{utile} = 1\ MW$
- Stator couplé en triangle
- $R_s = 0.2\ \Omega$
- $X_{\sigma s} = 2.3\ \Omega$
- $X_h = 80\ \Omega$
- $R'_r = 0.5\ \Omega$
- $X'_{\sigma r} = 2.4\ \Omega$
- $P_{f+v} = 6\ kW$

1. Déterminer le couple électromagnétique et le glissement quand le moteur fonctionne sous conditions nominales.
2. Quels sont, dans ce cas, le courant absorbé par le moteur ainsi que le facteur de puissance ?

Préambule

Cet exercice est un exemple de résolution plus complexe que les autres exercices. Il demande la compréhension du bilan de puissance ainsi que du schéma équivalent transformé selon Thévenin. Deux résolutions peuvent être effectuées, une passant par la résolution complète de l'équation du second ordre en s et l'autre en appliquant l'équation simplifiée du couple.

Corrigé

La puissance mécanique utile à l'arbre vaut :

$$P_{utile} = 1\ [MW] \tag{1}$$

La puissance mécanique fournie par la machine vaut :

$$P_{mec} = P_{utile} + P_{f+v} = 1.006\ [MW] \tag{2}$$

Pour calculer le couple électromagnétique il faut calculer l'équivalent de Thévenin :

$$\underline{U}_e = \underline{U}_{ph} \frac{jX_h}{R_s + j(X_{\sigma s} + X_h)} = 2'916 + j7.1\ [V] \tag{3}$$

$$U_e = 2'916\ [V] \tag{4}$$

$$\underline{Z}_e = R_e + jX_e = \frac{(R_s + jX_{\sigma s})\ jX_h}{R_s + j(X_{\sigma s} + X_h)} = 0.189 + j2.236\ [\Omega] \tag{5}$$

$$\begin{cases} R_e = 0.189\ [\Omega] \\ X_e = 2.236\ [\Omega] \end{cases} \tag{6}$$

De là, il est possible de suivre 2 chemins pour trouver le couple électromagnétique et le glissement à ce point de fonctionnement.

a. à partir du schéma équivalent de Thévenin

b. équation du couple simplifiée

1.a A partir du schéma équivalent de Thévenin

La puissance mécanique fournie est donnée par la relation suivante :

$$P_{mec} = 3\ R'_r \frac{(1-s)}{s} I'^2_r \tag{7}$$

La loi des mailles permet d'écrire, à partir du schéma équivalent :

$$U_e^2 = \left[\left(R_e + \frac{R'_r}{s} \right)^2 + (X_e + X'_{\sigma r})^2 \right] I'^2_r \tag{8}$$

Les équations (7) et (8) forment un système de deux équations à deux inconnues : s et I'_r.

En isolant I'^2_r dans les deux cas, nous obtenons :

$$I'^2_r = \frac{P_{mec}}{3R'_r \frac{(1-s)}{s}} \tag{9}$$

$$I'^2_r = \frac{U_e^2}{\left(R_e + \frac{R'_r}{s} \right)^2 + (X_e + X'_{\sigma r})^2} \tag{10}$$

En combinant et réarrangeant (9) et (10) nous obtenons :

$$s^2 \left(P_{mec} \left[R_e^2 + (X_e + X'_{\sigma r})^2 \right] + 3R'_r U_e^2 \right) + s \left(2P_{mec} R_e R'_r - 3R'_r U_e^2 \right) + P_{mec} R'^2_r = 0 \tag{11}$$

La résolution de cette équation donne :

$$\begin{cases} s_1 = 0.021 \\ s_2 = 0.344 \end{cases} \tag{12}$$

Le calcul du glissement critique permet de déterminer quelle solution est réaliste :

$$s_k = \frac{R'_r}{\sqrt{R_e^2 + (X_e + X'_{\sigma r})^2}} = 0.108 \tag{13}$$

Nous voyons ici que la solution s_2 est plus grande que sk et n'est donc pas possible physiquement. Le glissement s_1 est choisi comme solution de (11). La vitesse angulaire mécanique du moteur vaut alors :

$$\Omega_m = 2\pi \frac{f_s}{p} (1-s) = 153.74\ [rad/s] \tag{14}$$

Cette vitesse angulaire correspond à une vitesse de rotation de 1469 tr/min.

Le couple électromagnétique correspondant à ce cas de charge vaut alors :

$$T_{em} = \frac{P_{mec}}{\Omega_m} = 6'543\ [Nm] \tag{15}$$

1.b Equation de couple simplifiée

La partie linéaire de la courbe de couple, lorsque $s \rightarrow 0$, peut être approximée par une droite dont l'expression est rappelée ici :

$$T_{em} \cong \frac{3U_e^2}{2\pi n_s} \frac{s}{R_r'} \tag{16}$$

L'expression de la puissance mécanique peut alors être écrite :

$$P_{mec} = \Omega_m T_{em} = 2\pi n_s(1-s)T_{em} = 2\pi n_s(1-s)\frac{3U_e^2}{2\pi n_s}\frac{s}{R_r'} = \frac{3U_e^2}{R_r'}(1-s)s \tag{17}$$

Nous réécrivons cette équation pour une meilleure résolution :

$$s^2 - s + \frac{P_{mec}R_r'}{3U_e^2} = 0 \tag{18}$$

Ce qui amène aux deux solutions suivantes :

$$\begin{cases} s_1 = 0.020 \\ s_2 = 0.980 \end{cases} \tag{19}$$

Comme précédemment, le calcul du couple critique (13) permet d'écarter la solution s_2. Selon (14) et (15), la vitesse angulaire mécanique du moteur et le couple utile valent alors :

$$\Omega_m = 153.92 \; [rad/s] \tag{20}$$

Cette vitesse angulaire correspond à une vitesse de rotation de 1470 tr/min.

A ce moment, le couple électromagnétique vaut :

$$T_{em} = 6'536 \; [Nm] \tag{21}$$

Nous constatons que les deux manières de déterminer le couple T_{em} amènent au même résultat (0.1% d'erreur).

2. Courant et facteur de puissance

Pour trouver le courant absorbé par le moteur, nous calculons en premier l'impédance équivalente du moteur avec $s = s_1$:

$$\underline{Z}_s = R_s + jX_{\sigma s} = 0.2 + j2.3\ [\Omega] \tag{22}$$

$$\underline{Z}_h = jX_h = j80\ [\Omega] \tag{23}$$

$$\underline{Z}'_r = \frac{R'_r}{s} + jX'_{\sigma r} = 23.53 + j2.4\ [\Omega] \tag{24}$$

$$\underline{Z}_{eq} = \underline{Z}_s + \frac{\underline{Z}_h \underline{Z}'_r}{\underline{Z}_h + \underline{Z}'_r} = R_s + jX_{\sigma s} + \frac{jX_h\left(\frac{R'_r}{s} + jX'_{\sigma r}\right)}{\frac{R'_r}{s} + j\left(X_h + X'_{\sigma r}\right)} = 20.7 + j10.5\ [\Omega] \tag{25}$$

Et de là :

$$Z_{eq} = 23.2\ [\Omega] \tag{26}$$

Le courant statorique absorbé par phase vaut :

$$I_s = \frac{U_s}{Z_{eq}} = 129.3\ [A] \tag{27}$$

Le stator étant connecté en triangle, le courant de ligne vaut :

$$I_{ligne} = \sqrt{3} I_s = 223.9\ [A] \tag{28}$$

Le facteur de puissance vaut :

$$cos\varphi = cos\left(arg\left(\underline{Z}_{eq}\right)\right) = 0.892\ [-] \tag{29}$$